

WaCa – Mathematisches Modell

Dmitrij Kopanev
20.03.12

WaCa – Mathematisches Modell.

Der Gesamtwiderstand F wird bei einem Schrittraupenwasserfahrzeug mit zwei Schwimmraupen auf folgende Komponenten unterteilt:

F_w – Wasserwiderstand beim eintauchen der Schwimmkörper

F_{Wellen} – Wellenwiderstand beim Stellen und Aufheben der Schwimmkörper

$$F_{Wellen} = F_{Wellen_down} + F_{Wellen_up}$$

$F_{Reibung}$ – Reibungswiderstand beim Stellen und Aufheben der Schwimmkörper

$$F_{WasserReibung_down} = F_{WasserReibung_down} + F_{WasserReibung_down}$$

F_{roll} – Rollwiderstand beim Rollen von Schwimmkörper auf Schienen.

Hier ist darauf zu achten, dass die momentan oberen Schwimmkörper nur jeweils eigene Masse Tragen, während die momentan unteren – das Gewicht des Rumpfs ohne Schwimmkörper und das Gewicht der Oberen Schwimmkörper. So können daraus zwei Komponenten abgeleitet werden:

F_{roll_oben} – Rollwiderstand beim Rollen von oberen Schwimmkörper auf Schienen.

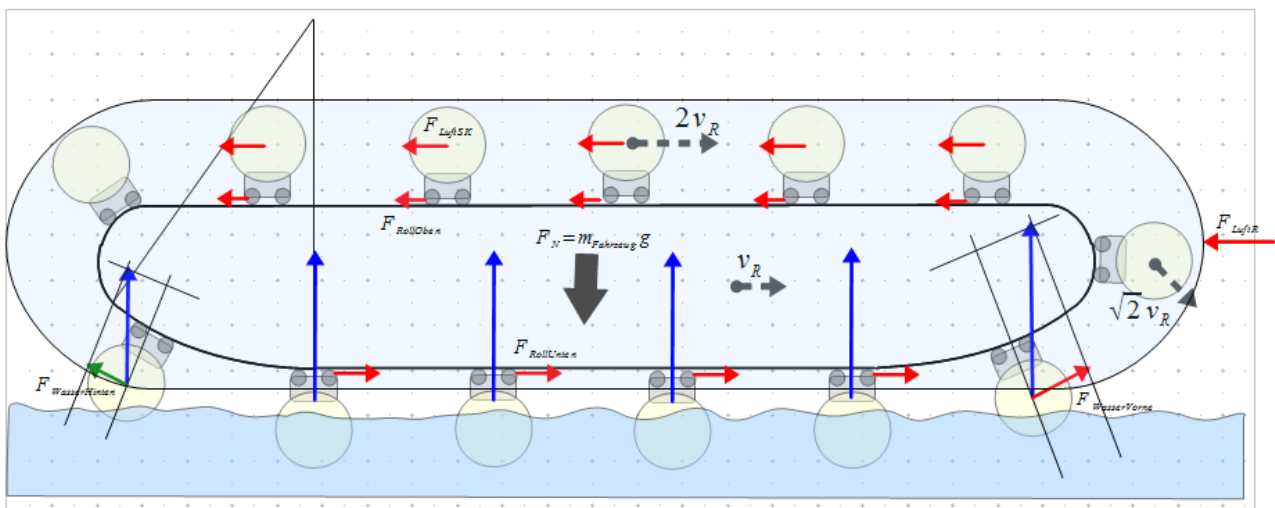
F_{roll_unten} – Rollwiderstand beim Rollen von unteren Schwimmkörper auf Schienen.

F_{luft} – Luftwiderstand

Der Luftwiderstand kann in zwei Komponenten unterteilt werden:

F_{luft_rumpf} – Luftwiderstand des gesamten Rumpfs.

F_{luft_sk} – Luftwiderstand von den nach vorne bewegten Schwimmkörpern.



Geometrie

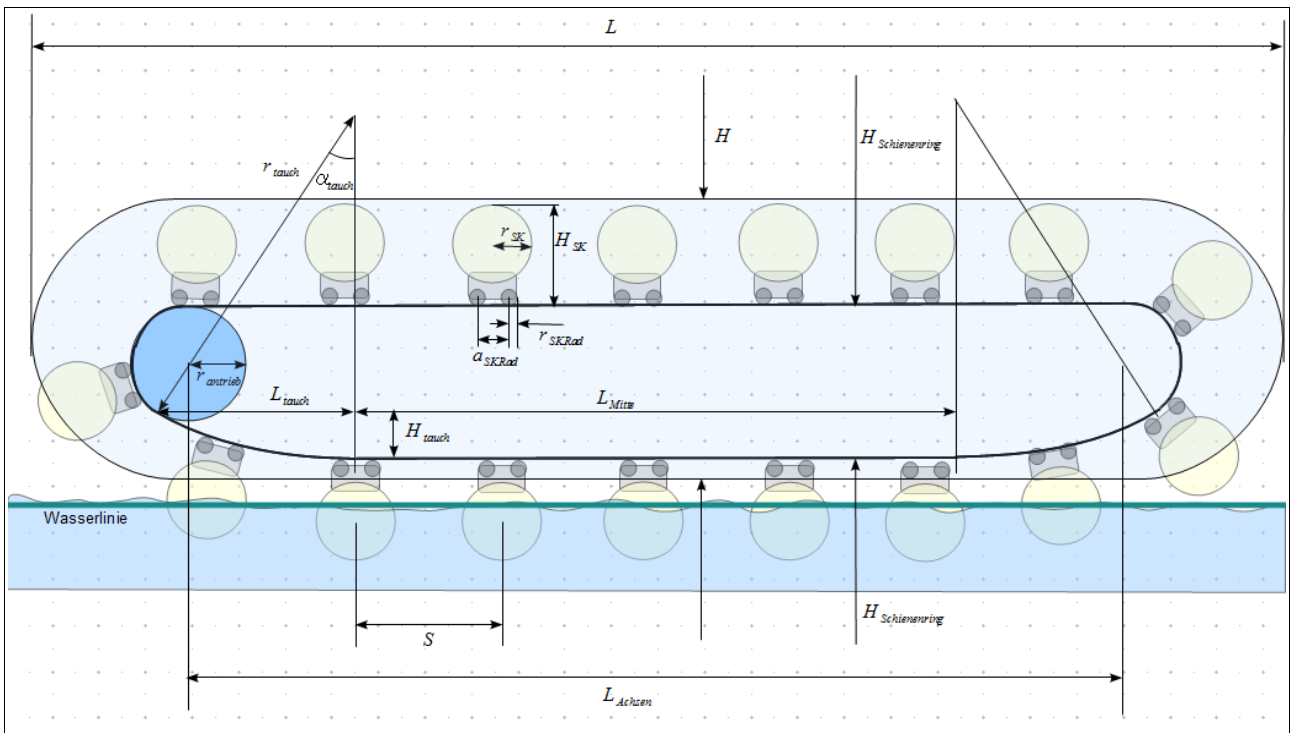


Bild Geometrie-Seite

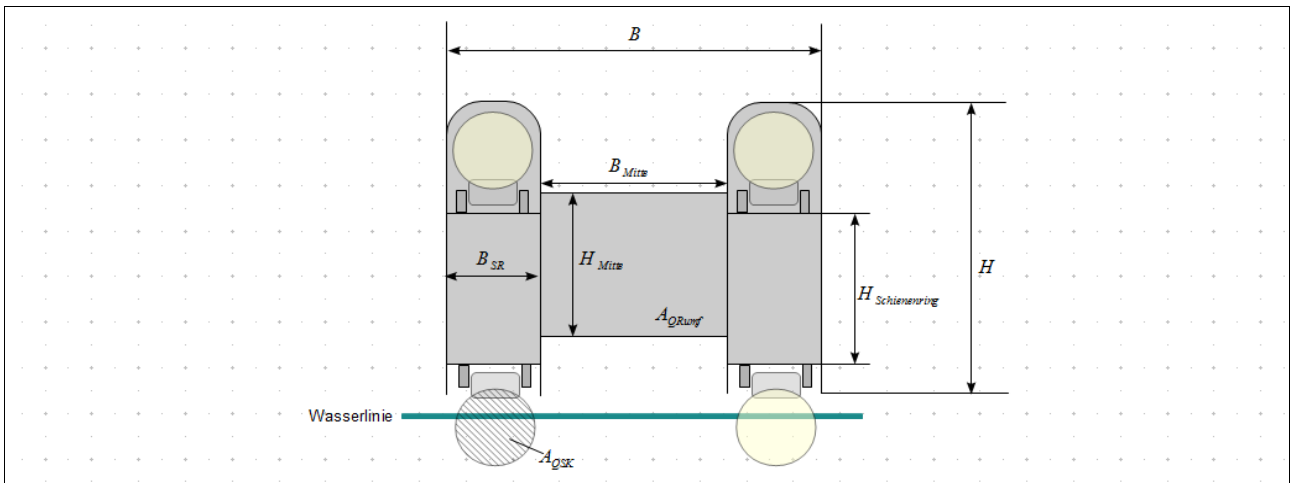


Bild Geometrie-Front

Geometrie und Gewicht

Achsenabstand der Schwimmraupe	L_{Achsen}		2,00 m
Länge der Tauchkurve	L_{tauch}		0,40 m
Antriebsradius	r_{antrieb}		0,16 m
Umfang Schienenring	U_{schienen}	(ungenau) $U_{\text{schienen}} = 2 \pi r_{\text{antrieb}} + 2 L_{\text{achsen}}$	5,00 m
Länge des Schienenringanteils mit Schwimmkörper im Wasser	$L_{\text{schienen_unten}}$	$L_{\text{schienen_unten}} = L_{\text{Achsen}} - (2 L_{\text{tauch}})/2$	1,60 m
Masse [kg]	m		12 kg
Anzahl Schwimmkörper bei einer Schwimmraupe:	N_{sk1SR}		18 Stück
Schrittweite	S	$S = U_{\text{schienen}} / N_{\text{sk1SR}}$	0,28 m
Anzahl Schwimmkörper gesamt	N_{sk}	$N_{\text{SR}} = 2 N_{\text{sk1SR}}$	36 Stück
Anzahl Schwimmkörper im Wasser	N_{SKWasser}	$N_{\text{SRWasser}} = N_{\text{SR}} L_{\text{schienen_unten}} / U_{\text{schienen}}$	12 Stück
Volumen eines Schwimmkörpers im Wasser	$V_{\text{SK_wasser}}$	$V_{\text{SK_wasser}} = (m / N_{\text{SRWasser}}) / \rho_{\text{wasser}}$	0,001043 m ³
Radius Schwimmkörper	r_{SK}	$r_{\text{SK}} \text{ ca.} = \text{POTENZ}(V_{\text{SK_wasser}} / \pi; 1/3)$	<u>0,069248 m</u>
Schrittfaktor (muss >= 1 sein)		$S / (4 r_{\text{SK}})$	<u>1,003804</u>
Querschnittsfläche des Schwimmkörpers	A_{QSK}	$A_{\text{QSK}} = 2 \pi r_{\text{SK}}^2$	0,03 m ²
Radius Schwimmkörperpads	r_{SKRad}	$r_{\text{SKRad}} = r_{\text{SK}} / 10$	0,006925 m
Länge	L	$L = L_{\text{achsen}} + 2 r_{\text{antrieb}} + 4 r_{\text{SK}} + 4 r_{\text{SKRad}}$	2,62 m
Höhe der Tauchkurve	H_{tauch}	$H_{\text{tauch}} = 4 r_{\text{SK}} / 3$	0,09 m
Tauchwinkel	α_{tauch}	$\alpha_{\text{tauch}} = \arctan(H_{\text{tauch}} / L_{\text{tauch}})$	0,23 rad
Tauchwinkel	α_{tauch}		40,83 °
Tauchradius	r_{tauch}	$r_{\text{tauch}} = L_{\text{tauch}} / \sin(\alpha_{\text{tauch}})$	1,78 m
Schienenringhöhe	$H_{\text{schienenring}}$	$H_{\text{schienenring}} = H_{\text{tauch}} + 2 r_{\text{antrieb}} - r_{\text{antrieb}} H_{\text{tauch}} / r_{\text{tauch}}$	0,40 m
Höhe des Schwimmkörpers mit SKWagen	H_{SK}	$H_{\text{SK}} = 2 r_{\text{SK}} + 3 r_{\text{SKRad}}$	0,16 m
Höhe des Rumpfs	H	$H = H_{\text{schienenring}} + H_{\text{SK}} + 4 r_{\text{SKRad}}$	0,59 m
Breite der Rumpfmittle	B_{mitte}	$B_{\text{mitte}} = 6 r_{\text{SK}}$	0,42 m
Breite eines RaupenRumpfs	B_{raupe}	$B_{\text{raupe}} = 3 r_{\text{SK}}$	0,21 m
Breite des Rumpfs	B	$B = 2 B_{\text{raupe}} + B_{\text{mitte}} = 12 r_{\text{SK}}$	0,62 m
Querschnittsfläche des Rumpfes	A_{QRumpf}	$A_{\text{QRumpf}} = H B_{\text{raupe}} + 0,6 H B_{\text{mitte}}$	0,27 m ²

F_{wd} – (F_{wasserdruck}) Statische Auftriebskraft

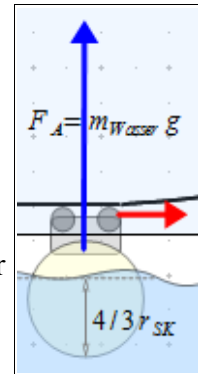
Betrachte den Zustand eines unteren Schwimmkörpers in dem Wasser.
Die Auftriebskraft ist

$$F_{A_SK} = m_{W_SK} g = V_{W_SK} \rho_W g$$

wobei m_{W_SK} die Masse des verdrängter Wasservolumens ist.

Für einen zum Teil sich im Wasser befindenden kugelförmigen Schwimmkörper gilt für das verdrängte Wasservolumen V_{W_SK} das Volumen einer Kugelkalotte mit Höhe h und Kugelradius r :

$$V_{W_SK} = \pi h^2/3 * (3r - h)$$



Wenn der kugelförmiger Schwimmkörper sich zu 2/3 des Diameters im Wasser befindet, gilt mit $h = 4/3 r_{SK}$:

$$V_{W_SK} = \pi (4/3 r_{SK})^2/3 * (3r_{SK} - 4/3 r_{SK}) = \pi r_{SK}^3 * 16/27 * 5/3 = \pi r_{SK}^3 * 80/81$$

Näherung:

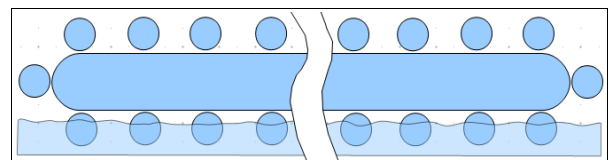
Von einem zu 2/3 der Höhe im Wasser stehenden kugelförmigen Schwimmkörper verdrängte Wasservolumen ist

$$V_{W_SK} = \pi r_{SK}^3 * 80/81 = ca \pi r_{SK}^3$$

Auf jeden unteren Schwimmkörper wirkt somit eine Auftriebskraft

$$F_{A_SK} = \pi r_{SK}^3 \rho_W g$$

Bei N_{SK_R} Schwimmkörper einer Schrittrauperaupe sind ca. $(N - 2)/2$ Schwimmkörper im Wasser. Bei einem Schrittraupenwasserfahrzeug mit zwei Schrittraupen mit gesamt Anzahl der Schwimmkörper N_{SK_2R} sind



$N_{SK_2R_unten} = (N_{SK_2R} - 4)/2$ Schwimmkörper im Wasser.

Anzahl vom unteren Schwimmkörper bei einem Schrittraupenwasserfahrzeug mit zwei Schrittraupen ist

$$N_{SK_2R_unten} = (N_{SK_2R} - 4)/2$$

Die gesamte Auftriebskraft auf das Fahrzeugs ist dann

$$F_{A_Fahrzeug} = F_{A_SK} (N_{SK_2R} - 4)/2 = \pi r_{SK}^3 \rho_W g (N_{SK_2R} - 4)/2$$

Die zulässige Gesamtgewicht des Fahrzeugs:

$$m_{Fahrzeug_max} = \pi r_{SK}^3 \rho_W (N_{SK_2R} - 4)/2$$

F_w – Wasserwiderstand beim Stellen und Aufheben der Schwimmkörper

F_{Wellen} – Wellenwiderstand beim Stellen und Aufheben der Schwimmkörper

$$F_{Wellen} = F_{Wellen_down} + F_{Wellen_up}$$

F_{Reibung} – Reibungswiderstand beim Stellen und Aufheben der Schwimmkörper

$$F_{WasserReibung_down} = F_{WasserReibung_down} + F_{WasserReibung_down}$$

Research:

- Suche nach FEM Wasser ergab spontan keine Ergebnisse.
- Suche nach passenden Formeln ergab Information nur zur Berechnung der Reibung einer Kugel im Wasser.

Modell – Aufheben von Schwimmkörper:

Im Bild ist die Auftauchbewegung des Schwimmkörpers einer Schwimmraupe am Heck des Fahrzeugs im Koordinatensystem des Rumpfs dargestellt. Betrachtet wird die Zeitspanne von t₀ – Anfang der Auftauchens des Schwimmkörpers, bis dem Zeitpunkt t₁ – der Schwimmkörper ist vollständig über der Wasserlinie.

Der Winkel α_{AK} und der Radius r_{AK} beschreiben die gestrichelt markierte Auftauchkurve der Schwimmkörper.

Bewegt sich der Fahrzeug mit Geschwindigkeit v_R , so ist die horizontale und vertikale Geschwindigkeit der auftauchenden Schwimmkörper:

in Koordinaten des Rumpfes:

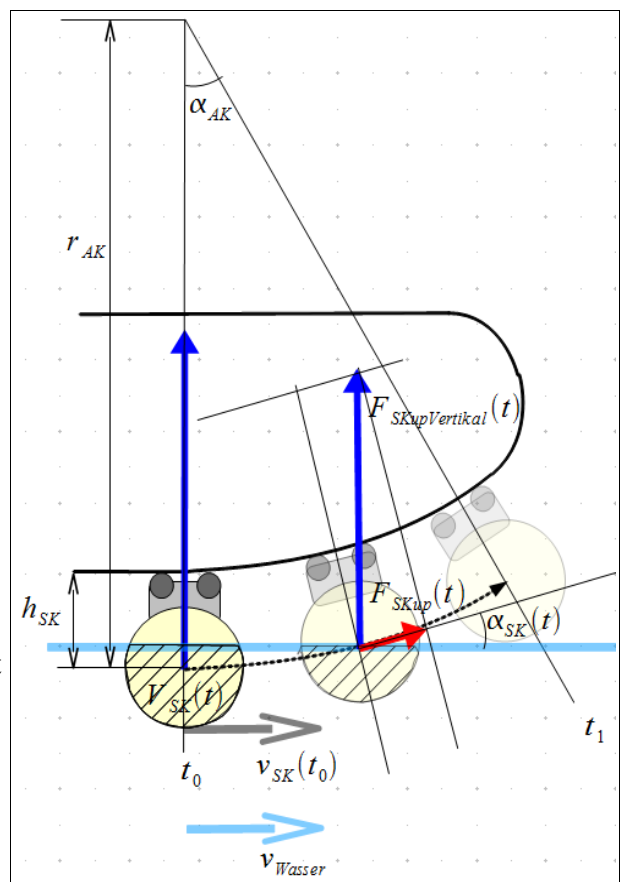
$$v_{SKx} = \cos(\alpha_{SK}(t)) v_R r_{AK} / (r_{AK} - h_{SK})$$

$$v_{SKy} = \sin(\alpha_{SK}(t)) v_R r_{AK} / (r_{AK} - h_{SK})$$

und in Koordinaten des Wassers:

$$v_{SKx} = \cos(\alpha_{SK}(t)) v_R r_{AK} / (r_{AK} - h_{SK}) - v_R$$

$$v_{SKy} = \sin(\alpha_{SK}(t)) v_R r_{AK} / (r_{AK} - h_{SK})$$



Näherung:

Geschwindigkeit der Schwimmkörper gegenüber dem Wasser

bei $0 < \alpha_{SK}(t) < \alpha_{AK}$, $\alpha_{AK} = \pi/6$ und $r_{AK} \gg h_{SK}$ kann wie folgt genähert werden:

$$v_{SKx} = \cos(\alpha_{SK}(t)) v_R r_{AK} / (r_{AK} - h_{SK}) - v_R = v_R - v_R = 0$$

$$v_{SKy} = \sin(\alpha_{SK}(t)) v_R r_{AK} / (r_{AK} - h_{SK}) = \sin(\alpha_{SK}(t)) v_R$$

Das heißt, dass die Schwimmkörper nahezu vertikal nach oben aus dem Wasser gehoben werden.

Bei kleinen Winkel ($\alpha_{SK}(t) < \pi/6$) ist $\sin(\alpha_{SK}(t)) = t v_R / r_{AK}$.

Die vertikale Aufhebe-Geschwindigkeit eines Schwimmkörpers zum Zeitpunkt t_1 , wenn die untere Seite des Schwimmkörpers die Wasserlinie berührt, ist:

$$v_{SKy} = t (v_R / r_{AK}) v_R = t (v_R^2 / r_{AK})$$

Die Schwimmkörper werden mit der Beschleunigung:

$$a_{SKy} = v_R^2 / r_{AK}$$

vertikal aus dem Wasser gehoben.

Die statischer Auftriebskraft bei Nullbeschleunigung ist

$$F_{\text{auftrieb}} = V_{\text{wasser}} * \rho_{\text{wasser}} * g$$

Doch wenn ein Schwimmkörper mit der Beschleunigung a_{SKy} aus dem Wasser gehoben wird, reduziert sich die Kraft F_{SKy} auf:

$$F_{SKy}(t) = F_{\text{auftrieb}}(t) - F_{SKyWellen}(t) = V_{\text{wasser}}(t) * \rho_{\text{wasser}} * (g - a_{SKy})$$

Diese Kraft ist positiv bei $g > a_{SKy}$ d.h. bei $v_R < \sqrt{g r_{AK}}$.

Dabei ist die Verlustkraft, die für die Wellenbildung sorgt:

$$F_{SKyWellen}(t) = V_{\text{wasser}}(t) * \rho_{\text{wasser}} * a_{SKy}$$

Aus Formel für $F_{SKy}(t)$ folgt, dass beim Auftauchen eines Schwimmkörpers, ein Anteil der ursprünglichen potentiellen Energie in die kinetische Energie des Wassers, also in die Wellenbildung übergeht. Dieser Anteil ist proportional zu dem Faktor a_{SKy}/g :

$$E_{SKupWellen} = E_{SKpot} * a_{SKy}/g$$

E_{SKpot} ist dabei die potentielle Energie des verdrängten Wasser bei Zeitpunkt t_0 . Für einen kugelförmigen Schwimmkörper, der zu 2/3 der Höhe in das Wasser eingetaucht ist ist diese Energie ca:

$$E_{SKpot} = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot g \cdot \eta \cdot u_w * 0,12$$

Die durchschnittliche Verlustleistung für Wellen beim Aufheben der Schwimmkörper aus dem Wasser $P_{upWellen}$ hängt von der Verlustleistung für Wellen eines Schwimmkörpers $E_{SKupWellen}$, der Geschwindigkeit des Fahrzeugs v , der Schrittweite S (= Abstand der Schwimmkörper zueinander) und der Anzahl der Schwimmraupen N_{SR} ab:

$$P_{upWellen} = E_{SKupWellen} * v/S * N_{SR}$$

Die entsprechende durchschnittliche Widerstandskraft ist

$$F_{upWellen} = P_{upWellen} / v$$

Anahme:

Beim Stellen der Schwimmkörper ins Wasser bilden sich genau so viele Wellen, wie beim Aufheben.

$$P_{downWellen} = P_{upWellen}$$

$$P_{Wellen} = P_{upWellen} + P_{downWellen} = 2 * P_{upWellen}$$

Die gesamte Verlustleistung für Wellen ist:

$$P_{Wellen} = 2 * E_{SKupWellen} * v/S * N_{SR}$$

Die entsprechende durchschnittliche Widerstandskraft ist

$$F_{upWellen} = P_{Wellen} / v$$

$F_{\text{wasserreibung}}$ – Reibungskraft

(vernachlässigbar)

F_{roll} – Rollwiderstand beim Rollen von Schwimmkörper auf Schienen.

Hier ist darauf zu achten, dass die momentan oberen Schwimmkörper nur jeweils eigene Masse Tragen, währen die momentan unteren – das Gewicht des Rumpfs ohne Schwimmkörper und das Gewicht der Oberen Schwimmkörper. So können daraus zwei Komponenten abgeleitet werden:

F_{roll_oben} – Rollwiderstand beim Rollen von oberen Schwimmkörper auf Schienen.

F_{roll_unten} – Rollwiderstand beim Rollen von unteren Schwimmkörper auf Schienen.

Aus Literetur: <http://de.wikipedia.org/wiki/Rollwiderstand>

$$F_R = c_R \cdot F_N$$

Typische Rollwiderstandskoeffizienten c_R [\[Bearbeiten\]](#)

c _R	Wälzkörper/Wälzkörperbahn
0,0005–0,001	Kugellager , Kugel und Lager aus gehärtetem Stahl ⁴
0,001–0,002	Eisenbahnrad auf Schiene ¹
0,0035	Fahrradreifen auf Asphalt ⁵
0,006–0,010	Autoreifen auf Asphalt, Lkw

Berechnung:

m_R : Masse des Rumpfs ohne Schwimmkörper

m_{SK} : Masse eines Schwimmkörpers

N_{SK} : Anzahl von Schwimmkörpern gesamt

r': Radius eines Eisenbahnrad

c_{r'}: Rollwiderstandskoeffizient eines Eisenbahnrad

r_{RSK}: Radius eines Rads des Schwimmkörper

Bem: Die Berechnung des Rollwiderstandes ist von Anzahl der Räder unabhängig.

$$F_{roll_oben} = c_{r'} \cdot (N_{SK}/2 \cdot m_{SK} \cdot g) \cdot (r_{RSK} / r')$$

$$F_{roll_unten} = c_{r'} \cdot ((m_R + N_{SK}/2 \cdot m_{SK}) \cdot g) \cdot (r_{RSK} / r')$$

F_{Luft} – Luftwiderstand

Der Luftwiderstand kann in zwei Komponenten unterteilt werden:

$F_{\text{Luft_rumpf}}$ – Luftwiderstand des gesamten Rumpfs.

$F_{\text{Luft_sk}}$ – Luftwiderstand von den nach vorne bewegten Schwimmkörpern.

Aus Literatur: <http://de.wikipedia.org/wiki/Strömungswiderstand>

Laminare Strömung

Bei laminarer Strömung wird der Strömungswiderstand nur durch die innere Reibung des Mediums verursacht. Ist η die dynamische Viskosität des Mediums, so gilt für kugelförmige Körper vom Radius r das Stokessche Gesetz

$$F_W = 6\pi\eta vr$$

Die Widerstandskraft F_W ist proportional zum Produkt aus c_W -Wert und Bezugsfläche welches als Widerstandsfläche bezeichnet wird. Man erhält die Strömungswiderstandskraft aus

$$F_W = c_W A \frac{1}{2} \rho v^2$$

Der Faktor: $1/2 * \rho * v^2$ wird als Staudruck bezeichnet.

Aus Typische c_W -Werte ():

0,30	moderner, geschlossener PKW
0,45	Kugel ($Re < 1,7 \cdot 10^5$)
0,18	Kugel ($Re > 4,1 \cdot 10^5$)

Berechnung:

ρ_{Luft} : Luftdichte bei 10° ist $1,25 \text{ kg/m}^3$ (<http://de.wikipedia.org/wiki/Luftdichte>)

A_R : Querschnittsfläche des Rumpfs ohne Schwimmkörper

c_{W_R} : Wert für Rumpf

A_{SK} : Querschnittsfläche des Schwimmkörpers

c_{W_SK} : Wert für Schwimmkörper

N_{SK} : Anzahl von Schwimmkörpern gesamt

$$F_{\text{Luft_R}} = c_{W_R} * A_R * 1/2 * \rho_{\text{Luft}} * v^2$$

$$F_{\text{Luft_SK}} = (2 + 0,3 * (N_{SK} - 2) / 2) * c_W * A_R * 1/2 * \rho_{\text{Luft}} * (2 * v)^2$$

Bem.: Besser wäre die oberen Schwimmkörper abzudecken. Dann kann $F_{\text{Luft_R}}$ als der Luftwiderstand dem gesamtem Rumpf und $F_{\text{Luft_SK}}$ als der Luftwiderstand des "Zuges" im Tunnel mit Geschwindigkeit v betrachtet werden.

Vergleiche nach nötiger Leistung:

(Berechnung nach "WaCa_Berechnung_19" vom März 2012)

	Maaße		Maaße WaCa		Einsparung Kraftstoff
Classic Yacht: Gewicht: 55 t Geschw.: 10 Kn	Länge: 28 m Breite: 6,9m	112 kW (153 PS)	Länge: 50,61 m Breite: 9,43m Höhe: 7,17m	17,2 kW	-84,00%
Fischerboot: Gewicht: 60 t. Geschw.: 10 Kn.	Länge: 39,3 m Breite: 9,5 m	368 kW (500 PS)	Länge: 52,72m Breite: 9,65m Höhe: 7,21m	18,5 kW	-95,00%
Speed Yacht: Gewicht: 20 t. Geschw.: 40 Kn.	Länge: 20,5 m Breite: 5,9 m	2.206 kW (2 x 1.500 PS)	Länge: 34,67 m Breite: 7,50m Höhe: 6,30m	206,4 kW	-90,00%

Vergleiche nach möglicher Geschwindigkeit:

(Berechnung nach "WaCa_Berechnung_19" vom März 2012)

	Maaße	Geschw.	Maaße WaCa	Geschw.	
Classic Yacht: Gewicht: 55 t Leistung: 112 kW (153 PS)	Länge: 28 m Breite: 6,9m	10 Kn	Länge: 50,61 m Breite: 9,43m Höhe: 7,17m	26,2 Kn	+160%
Fischerboot: Gewicht: 60 t. Leistung: 368 kW (500 PS)	Länge: 39,3 m Breite: 9,5 m	10 Kn.	Länge: 52,72m Breite: 9,65m Höhe: 7,21m	39,9 Kn	+300%
Speed Yacht: Gewicht: 20 t. Leistung: 2.206 kW (2 x 1.500 PS)	Länge: 20,5 m Breite: 5,9 m	40 Kn.	Länge: 34,67 m Breite: 7,50m Höhe: 6,30m	89,5 Kn	+110%

Classic Yacht	
43,00 m	
10,00 m	
1,50 m	
55.000 kg	
22 Stück	
5,80 m/s	

Fischerboot	
45,00 m	
10,00 m	
1,50 m	
60.000 kg	
22 Stück	
5,80 m/s	

Speed Yacht:	
28,00 m	
8,00 m	
1,50 m	
20.000 kg	
18 Stück	
20,60 m/s	

Beispiel Energieverteilung bei 40 Knoten:

		Speed Yacht:	
Achsenabstand der Schwimmraupe	L_{Achsen}		28,00 m
Länge der Tauchkurve	L_{tauch}		8,00 m
Antriebsradius	r_{antrieb}		1,50 m
Masse [kg]	m		20.000 kg
Anzahl Schwimmkörper bei einer Schwimmraupe:	N_{skISR}		18 Stück
Geschwindigkeit	v		20,60 m/s
			74,16 km/h
			40,09 Knoten
Tauchbeschleunigung eines Schwimmkörpers	a_{tauch}		14,46 m/s ²
Länge	L		34,67 m
Breite des Rumpfs	B		7,50 m
Höhe des Rumpfs	H		6,30 m
Radius Schwimmkörper	r_{sk}	$r_{\text{sk}} \text{ ca.} = \text{POTENZ}(V_{\text{sk,wasser}} / \pi; 1/3)$	0,833 m
Schritt	S		3,634 m
Schrittfaktor (muss >= 1 sein)	$S / (4 r_{\text{sk}})$		1,090315
	$S-2r$		1,968 m
Leistungen			
Wellenwiderstand	F_{wellen}	47,60%	58.964,55 W
Verlustleistung für Rollwiderstand	P_{roll}	6,53%	8.083,44 W
Verlustleistung für Luftwiderstand des Rumpfs	$P_{\text{luft, R}}$	45,88%	56.835,04 W
Gesamte Verlustleistung		100,00%	123.883,03 W
Effizientgrad Antrieb			60,00%
Erforderliche Leistung			206.471,72 W

Beispiel Energieverteilung bei 10 Knoten:

		Speed Yacht:	
Achsenabstand der Schwimmraupe	L_{Achsen}		28,00 m
Länge der Tauchkurve	L_{tauch}		8,00 m
Antriebsradius	r_{antrieb}		1,50 m
Masse [kg]	m		20.000 kg
Anzahl Schwimmkörper bei einer Schwimmraupe:	N_{skISR}		18 Stück
Geschwindigkeit	v		5,20 m/s
			18,72 km/h
			10,12 Knoten
Tauchbeschleunigung eines Schwimmkörpers	a_{tauch}		0,92 m/s ²
Länge	L		34,67 m
Breite des Rumpfs	B		7,50 m
Höhe des Rumpfs	H		6,30 m
Radius Schwimmkörper	r_{sk}	$r_{\text{sk}} \text{ ca.} = \text{POTENZ}(V_{\text{sk,wasser}} / \pi; 1/3)$	0,833 m
Schritt	S		3,634 m
Schrittfaktor (muss >= 1 sein)	$S / (4 r_{\text{sk}})$		1,090315
	$S-2r$		1,968 m
Leistungen			
Wellenwiderstand	F_{wellen}	24,30%	948,42 W
Verlustleistung für Rollwiderstand	P_{roll}	52,28%	2.040,48 W
Verlustleistung für Luftwiderstand des Rumpfs	$P_{\text{luft, R}}$	23,42%	914,16 W
Gesamte Verlustleistung		100,00%	3.903,06 W
Effizientgrad Antrieb			60,00%
Erforderliche Leistung			6.505,10 W

Formeln zur Kugel	
Geometrische Größe	Formel
Kugelradius	r
Kugeldurchmesser	$d = 2r$
Umfang (Großkreis)	$U = 2\pi r = \pi d = \frac{dA_{PF}}{dr}$
Volumen	$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{6}\pi d^3 = \int_{-r}^r (r^2 - x^2) \pi dx$
Oberfläche	$A_O = 4\pi r^2 = \pi d^2 = \frac{dV}{dr}$
Projektionsfläche/Kugelquerschnitt	$A_{PF} = \pi r^2 = \int_0^r U dr$
Höhe (Kugelsegment/-kalotte)	h
Volumen einer Kugelkalotte	$V_{KK} = \frac{\pi h^2}{3}(3r - h)$
Flächeninhalt einer Kugelkalotte	$A_{KK} = 2\pi r h = 2\pi r^2 \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$
Mantelfläche einer Kugelschicht	$A_{KS} = 2\pi r h = 2\pi r^2 \int_{\alpha}^{\beta} \sin x dx$
Trägheitsmoment einer Hohlkugel (Drehachse durch Mittelpunkt)	$J = \frac{2}{3}mr^2$
Trägheitsmoment einer Vollkugel (Drehachse durch Mittelpunkt)	$J = \frac{2}{5}mr^2$
Öffnungswinkel	α

Typische c_W -Werte von Querschnittsformen [Bearbeiten]

Wert ↕	Form ↕
1,33	Halbkugelschale, konkave Seite, Fallschirm
1,1	runde Scheibe, quadratische Platte
0,8	LKW
0,78	Mensch, stehend
0,7	Motorrad, unverkleidet
0,6	Gleitschirm im Normalflug
0,55	Moderner Lkw-Sattelzug mit Aeropaket (40 t), Stand 2010
0,5	Cabrio offen, Motorrad verkleidet
0,45	Kugel ($Re < 1,7 \cdot 10^5$)
0,18	Kugel ($Re > 4,1 \cdot 10^5$)
0,4	Durchschnittlicher Roadster
0,34	Halbkugelschale, konvexe Seite
0,30	moderner, geschlossener PKW
0,186	schon möglicher, konsequenter PKW ^[1]
0,08	Tragflügel beim Flugzeug
0,05	Tropfenform, Stromlinienform
0,03	Pinguin

Strategie

